„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2013. január 26.

IX. OSZTÁLY

(3 órás program)

1.) **a)** Határozza meg az $M=\left\{x\in\mathbb{N}\,\middle|\,\frac{x-2013}{x+2013}\in\mathbb{N}\right\}$ halmazt.

b) Igazolja, hogy $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}$, $\forall a,b\in\mathbb{R}$ és $\forall x,y\in\mathbb{R}_+^*$

2.) Tekintsük az $(a_n)_{n\in N^*}$, $a_n=3n+2$ sorozatot.

a) Igazolja, hogy az $(a_n)_{n\in N^*}$ sorozat egy számtani haladvány!

b) Számítsa ki a sorozat első 100 tagjának összegét!

c) Határozza meg az $n\in\mathbb{N}$ értékét úgy, hogy $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+...+\frac{1}{a_{n-1}a_n}=\frac{2012}{30205}$.

3.) Adottak az $f,g:R\to R,\ f(x)=ax+b,\ g(x)=bx+a$ függvények, ahol $a,b\in\mathbb{N},\ a>b\geq1$. Az xOy koordináta rendszerben legyen A a két függvény grafikonjának metszéspontja. Ha az Oy tengelyt az f grafikonja a B pontban, a g függvény grafikonja pedig a C pontban metszi, igazolja, hogy az ABC háromszög nem derékszögű és számítsa ki a területét.

4.) Legyen az $ABCD$ négyszög és $E\in(AC),\ F\in(BD)$ úgy, hogy $AE=2EC$ és $BF=2FD$.

Igazolja, hogy:

a) $\overrightarrow{FE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DE}$

b) $9\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{DA}+4\overrightarrow{DC}$

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.